

## ΦΥΛΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ & ΕΡΓΑΣΙΑΣ

- \* **Μάθημα :** Μαθηματικά Α' ΕΠΑΛ - Άλγεβρα
- \* **Κεφάλαιο :** 3<sup>ο</sup> - 4<sup>ο</sup> ρίζες - παραγοντοποίηση - πρόσημο και ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού

<b>● Τριώνυμο :</b> $ax^2 + bx + \gamma$ , $a \neq 0$ ( 1 <sup>η</sup> ΜΟΡΦΗ )													
<b>Διακρίνουσα</b>	<b>Ρίζες τριωνύμου</b>	<b>παραγοντοποίηση</b>	<b>Πρόσημο τριωνύμου</b>										
$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$  $\Delta > 0$	<p><i>Το τριώνυμο έχει δύο ανισες ρίζες</i></p> $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$	$ax^2 + bx + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-∞</td> <td style="padding: 2px;">x<sub>1</sub></td> <td style="padding: 2px;">x<sub>2</sub></td> <td style="padding: 2px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">ax<sup>2</sup>+bx+γ</td> <td style="padding: 2px;">ομόσημο του ε</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">ετερόσημο του ε</td> <td style="padding: 2px;">ομόσημο του ε</td> </tr> </table>	x	-∞	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	+∞	ax <sup>2</sup> +bx+γ	ομόσημο του ε	0	ετερόσημο του ε	ομόσημο του ε
x	-∞	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	+∞									
ax <sup>2</sup> +bx+γ	ομόσημο του ε	0	ετερόσημο του ε	ομόσημο του ε									

**Παράδειγμα :** Δίνεται το τριώνυμο  $3x^2 + x - 4$

- (i) Να βρεθούν οι ρίζες και να γίνει γινόμενο παραγόντων.
- (ii) Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου.
- (iii) Να λυθεί η ανίσωση  $3x^2 + x - 4 \geq 0$

(i)  $\alpha = 3 > 0$  |  $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 1 + 48 = 49$  το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm 7}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1+7}{6} = \frac{6}{6} = 1 \\ x_2 = \frac{-1-7}{6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Παραγοντοποίηση :  $3x^2 + x - 4 = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x + \frac{4}{3}) = (x - 1) \cdot (3x + 4)$

(ii) Πρόσημο του τριωνύμου :

x	-∞	- $\frac{4}{3}$	1	+∞
$3x^2 + x - 4$	+	0	-	0
			+	

(iii) Λύση της ανίσωσης :  $3x^2 + x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [1, +\infty)$

$\longleftarrow \hspace{10em} \longrightarrow$

**ΑΣΚΗΣΗ :** Δίνεται το τριώνυμο  $2x^2 + 3x - 5$

- (i) Να βρεθούν οι ρίζες και να γίνει γινόμενο παραγόντων.
- (ii) Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου.
- (iii) Να λυθεί η ανίσωση  $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$

ΦΥΛΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ & ΕΡΓΑΣΙΑΣ

- \* Μάθημα : Μαθηματικά Α' ΕΠΑΛ - Άλγεβρα
- \* Κεφάλαιο : 3<sup>ο</sup> - 4<sup>ο</sup> ρίζες - παραγοντοποίηση - πρόσημο και ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού

● Τριώνυμο : $ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$ ( 2 <sup>η</sup> ΜΟΡΦΗ )											
Διακρίνουσα	Ρίζες τριωνύμου	παραγοντοποίηση	Πρόσημο τριωνύμου								
$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ $\Delta = 0$	Το τριώνυμο έχει μια διπλή ρίζα $x_0 = -\frac{\beta}{2\alpha}$	$ax^2 + bx + \gamma = \alpha \cdot (x - x_0)^2$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>x_0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>ax^2+bx+\gamma</math></td> <td>ομόσημο του α</td> <td>0</td> <td>ομόσημο του α</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$	$ax^2+bx+\gamma$	ομόσημο του α	0	ομόσημο του α
x	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$								
$ax^2+bx+\gamma$	ομόσημο του α	0	ομόσημο του α								

Παράδειγμα : Δίνεται το τριώνυμο  $25x^2 + 10x + 1$

- (i) Να βρεθούν οι ρίζες και να γίνει γινόμενο παραγόντων.
- (ii) Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου.
- (iii) Να λυθεί η ανίσωση  $25x^2 + 10x + 1 > 0$

(i)  $\alpha = 25 > 0$      $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 10^2 - 4 \cdot 25 \cdot 1 = 100 - 100 = 0$  το τριώνυμο έχει μια διπλή ρίζα  
 $\beta = 10$   
 $\gamma = 1$      $x_0 = -\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{10}{2 \cdot 25} = -\frac{10}{50} = -\frac{1}{5}$

Παραγοντοποίηση :  $25x^2 + 10x + 1 = 25 \cdot (x + \frac{1}{5})^2 = (5x + 1)^2$

(ii) Πρόσημο του τριωνύμου : 

x	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	$+\infty$
$25x^2+10x+1$	+	0	+

(iii) Λύση της ανίσωσης :  $25x^2 + 10x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$  ή αληθεύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  με  $x \neq -\frac{1}{5}$

↔

**ΑΣΚΗΣΗ :** Δίνεται το τριώνυμο  $9x^2 - 6x + 1$

- (i) Να βρεθούν οι ρίζες και να γίνει γινόμενο παραγόντων.
- (ii) Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου.
- (iii) Να λυθεί η ανίσωση  $9x^2 - 6x + 1 > 0$

ΦΥΛΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ & ΕΡΓΑΣΙΑΣ

- \* Μάθημα : Μαθηματικά Α' ΕΠΑΛ - Άλγεβρα
- \* Κεφάλαιο : 3<sup>ο</sup> - 4<sup>ο</sup> ρίζες - παραγοντοποίηση - πρόσημο και ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού

● Τριώνυμο : $ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0 \quad ( 3^{\text{η}} \text{ ΜΟΡΦΗ } )$											
Διακρίνουσα	Ρίζες τριωνύμου	παραγοντοποίηση	Πρόσημο τριωνύμου								
$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ $\Delta < 0$	Το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες	Δεν μπορεί να γραφεί σε μορφή γινομένου $ax^2 + bx + \gamma = a \cdot \left[ \left(x + \frac{\beta}{2a}\right)^2 + \frac{ \Delta }{4a^2} \right]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 20%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">-∞</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>ax^2 + bx + \gamma</math></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">σύστημα του α για κάθε <math>x \in \mathbb{R}</math></td> </tr> </table>	x	-∞		+∞	$ax^2 + bx + \gamma$	σύστημα του α για κάθε $x \in \mathbb{R}$		
x	-∞		+∞								
$ax^2 + bx + \gamma$	σύστημα του α για κάθε $x \in \mathbb{R}$										

- Παράδειγμα : Δίνεται το τριώνυμο  $-2x^2 + x - 5$
- (i) Να βρεθούν οι ρίζες και να γίνει γινόμενο παραγόντων.
  - (ii) Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου.
  - (iii) Να λυθεί η ανίσωση  $-2x^2 + x - 5 < 0$

(i)  $\begin{matrix} \alpha = -2 < 0 \\ \beta = 1 \\ \gamma = -5 \end{matrix} \left| \begin{matrix} \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = 1 - 40 = -39 < 0 \\ \text{Το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες} \\ \text{Παραγοντοποίηση : Δεν μπορεί να γραφεί σε μορφή γινομένου} \end{matrix} \right.$

(ii) Πρόσημο του τριωνύμου : 

x	-∞		+∞
$-2x^2 + x - 5$	=		

(iii) Λύση της ανίσωσης :  $-2x^2 + x - 5 < 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$  ή αληθεύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$   
Το τριώνυμο είναι ομόσημο του  $a = -2 < 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$



- ΑΣΚΗΣΗ :** Δίνεται το τριώνυμο  $-3x^2 + x - 2$
- (i) Να βρεθούν οι ρίζες και να γίνει γινόμενο παραγόντων.
  - (ii) Να βρεθεί το πρόσημο του τριωνύμου.
  - (iii) Να λυθεί η ανίσωση  $-3x^2 + x - 2 < 0$