

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε το σύστημα $\begin{cases} \alpha x - \beta y = 2 \\ (\alpha + \beta)x - (\alpha - \beta)y = 8 \end{cases}$ να έχει λύση $(x, y) = (2, 1)$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \mu^2 x + \mu y = 1 \\ x + \mu y = \mu \end{cases}$, $\mu \in \mathbb{R}$.

- α) Για ποιες τιμές του μ έχει μοναδική λύση;
- β) Αν (x_0, y_0) είναι η μοναδική λύση, να βρείτε το μ , ώστε $2x_0 + 3y_0 = 3$.
- γ) Για ποιες τιμές του μ το σύστημα είναι αδύνατο;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} -x + y = \lambda \\ x - 2y = \lambda^2 + \lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι έχει μοναδική λύση, για κάθε τιμή του πραγματικού λ .
- β) Να βρεθεί η μοναδική λύση, (x_0, y_0) , του συστήματος.
- γ) Να λυθεί η ανίσωση $x_0 + y_0 \geq -3$.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να βρεις δύο αριθμούς x και y που να έχουν άθροισμα 5 και γινόμενο 6.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση $(C): x^2 + y^2 = 1$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = 2x + \lambda$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ ο κύκλος και η ευθεία :

- έχουν δύο κοινά σημεία,
- έχουν ένα κοινό σημείο,
- δεν έχουν κοινά σημεία.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνονται οι ευθείες: $(\varepsilon_1): 2x + y = 6$, $(\varepsilon_2): x - 2y = -3$.

- α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M . (Μονάδες 13)
- β) Να βρείτε για ποια τιμή του α , η ευθεία $3x + \alpha y = \alpha + 5$ διέρχεται από το M . (Μονάδες 12)

ΑΣΚΗΣΗ 7

α) Να λύσετε αλγεβρικά το σύστημα $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$. (Μονάδες 15)

β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τις λύσεις του συστήματος που βρήκατε στο ερώτημα α). (Μονάδες 10)