

ΘΕΜΑ 1

Ένα ναυπηγείο μπορεί να κατασκευάσει μέχρι 20 σκάφη ανά έτος. Το κόστος κατασκευής (σε χιλιάδες ευρώ) για x σκάφη δίνεται από τη συνάρτηση $K(x)=4x^2+30$ και τα έσοδα από τις πωλήσεις (σε χιλ. ευρώ) από την συνάρτηση $E(x)=3x^2+20x$.

A. Να βρείτε το κόστος κατασκευής για 20 σκάφη.

B. Να βρείτε τον τύπο $P(x)$ της συνάρτησης του κέρδους.

Γ. Βρείτε το ρυθμό μεταβολής του κέρδους.

Δ. Πόσα σκάφη πρέπει να κατασκευάσει το ναυπηγείο ανά έτος ώστε να έχει το μέγιστο κέρδος;

Ε. Πόσο είναι το μέγιστο κέρδος;

ΘΕΜΑ 2

Η χωρητικότητα σε λίτρα των πνευμόνων ενός ανθρώπου ηλικίας x ετών δίνεται από τη συνάρτηση $B(x) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{1}{5}x + 4$ με $10 \leq x \leq 35$.

Σε ποια ηλικία οι πνεύμονες του ανθρώπου έχουν τη μέγιστη χωρητικότητα και πόση είναι αυτή;

ΘΕΜΑ 3

Η κατανάλωση σε λίτρα ανά 100 χιλιόμετρα ενός κινητήρα αυτοκινήτου όταν λειτουργεί με x χιλιάδες στροφές ανά λεπτό δίνεται από τη συνάρτηση:

$$F(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - x + 10 \quad \text{με } 1 \leq x \leq 5. \text{ Να βρείτε:}$$

A. Πότε η κατανάλωση αυξάνεται και πότε μειώνεται.

B. Την τιμή του x για την οποία έχουμε την μικρότερη κατανάλωση καθώς επίσης και πόση είναι η κατανάλωση αυτή.

ΘΕΜΑ 4

Μία ομάδα βιολόγων έλαβε κάποια μέτρα για τη διάσωση της φάλαινας BELUNGA που είναι είδος προς εξαφάνιση. Μετά την εφαρμογή των μέτρων ο πληθυσμός των φαλαινών δίνεται από τη σχέση:

$$N(t) = 3t^3 - 6t^2 + 4t + 600 \text{ με } 0 \leq t \leq 10$$

Α. Πόσες φάλαινες υπήρχαν με την έναρξη των μέτρων;

Β. Βρείτε το ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού των φαλαινών.

Γ. Ήταν θετικά τα μέτρα; (Δηλ. αυξήθηκε ο αριθμός των φαλαινών;). Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 5

Η αξία ενός αυτοκινήτου (σε χιλ. ευρώ) t χρόνια μετά την αγορά του δίνεται από τη συνάρτηση $f(t) = 30 - t^2$ με $0 \leq t \leq 5$

Α. Ποιά είναι η αρχική αξία του αυτοκινήτου και ποιά θα είναι μετά από 3 χρόνια;

Β. Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής της αξίας του αυτοκινήτου οποιαδήποτε χρονική στιγμή και ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής της αξίας του μετά από 4 χρόνια;

Γ. Να αποδείξετε ότι η αξία του αυτοκινήτου συνεχώς μειώνεται.

ΘΕΜΑ 6

Το ύψος σε μέτρα που βρίσκεται ένα χελιδόνι όταν αυτό πετάει χρόνο t (sec) δίνεται από τη συνάρτηση :

$$Y(t) = -3t^2 + 30t \text{ με } 0 \leq t \leq 10$$

Α. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του ύψους του χελιδονιού τη χρονική στιγμή $t = 2$ sec.

Β. Βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το χελιδόني ανεβαίνει και το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κατεβαίνει.

Γ. Ποιά χρονική στιγμή το χελιδόني βρίσκεται στο μέγιστο ύψος και ποιο είναι το ύψος αυτό;

ΘΕΜΑ 7

Μία ομάδα περιβαντολλόγων εκτιμά ότι το βάρος B (B σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με το χρόνο t (t σε έτη) σύμφωνα με τη

συνάρτηση: $B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15$ με $0 \leq t \leq 10$

Α. Βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

Β. Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

Γ. Να αποδείξετε ότι αν $t \in [6, 9]$ τότε ισχύει :

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

Δ. Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;